



Lunes, 14 de abril de 2025

Problema 4. Sea ABC un triángulo acutángulo con $AB \neq AC$. Sea I su incentro. Las rectas BI y CI intersecan a la circunferencia circunscrita de ABC en $P \neq B$ y en $Q \neq C$ respectivamente. Se toman puntos R y S tales que $AQRB$ y $ACSP$ son paralelogramos (con $AQ \parallel RB$, $AB \parallel QR$, $AC \parallel SP$, y $AP \parallel CS$). Sea T el punto de intersección de las rectas RB y SC . Demuestre que los puntos R , S , T , y I están sobre una misma circunferencia.

Problema 5. Sea $n > 1$ un entero. Una *configuración* de un tablero de tamaño $n \times n$ consiste en colocar, en cada una de las n^2 casillas del tablero, una flecha que puede apuntar hacia arriba, abajo, la derecha o la izquierda. Dada una configuración inicial, el caracol Turbo empieza en una de las casillas del tablero y se mueve de casilla en casilla. En cada movimiento, Turbo se mueve una casilla (posiblemente dejando el tablero) en la dirección indicada por la flecha de la casilla donde está. Después de cada movimiento, las flechas de todas las casillas giran 90° en sentido antihorario. Decimos que una casilla es *buenas* si, al empezar en dicha casilla, Turbo visita exactamente una vez cada casilla del tablero (sin dejarlo), terminando en la casilla donde empezó. Determine, en términos de n , el mayor valor posible del número de casillas buenas de las configuraciones iniciales del tablero.

Problema 6. En cada casilla de un tablero de tamaño 2025×2025 , se escribe un número real no negativo de manera que la suma de los números en cada una de sus filas es 1, y la suma de los números en cada una de sus columnas es 1. Para cada i , denotamos por r_i al mayor de los números de las casillas de la fila i , y por c_i al mayor de los números de las casillas de la columna i . Sean $R = r_1 + r_2 + \dots + r_{2025}$ y $C = c_1 + c_2 + \dots + c_{2025}$. ¿Cuál es el mayor valor posible de $\frac{R}{C}$?