



*Segunda-feira, 14 de abril de 2025*

**Problema 4.** Seja  $ABC$  um triângulo acutângulo com incentro  $I$  e  $AB \neq AC$ . Considere que as retas  $BI$  e  $CI$  intersectam o circuncírculo de  $ABC$  em  $P \neq B$  e  $Q \neq C$ , respectivamente. Considere pontos  $R$  e  $S$  tais que  $AQRB$  e  $ACSP$  são paralelogramos (com  $AQ \parallel RB$ ,  $AB \parallel QR$ ,  $AC \parallel SP$ , e  $AP \parallel CS$ ). Seja  $T$  o ponto de interseção das retas  $RB$  e  $SC$ . Prove que os pontos  $R$ ,  $S$ ,  $T$ , e  $I$  estão sobre uma mesma circunferência.

**Problema 5.** Seja  $n > 1$  um inteiro. Em uma *configuração* de um tabuleiro  $n \times n$ , cada uma das  $n^2$  casas contém uma seta, apontando para cima, para baixo, para a esquerda ou para a direita. Dada uma configuração inicial, o caracol Turbo começa em uma casa do tabuleiro e viaja de casa em casa. Em cada movimento, Turbo se move por uma unidade na direção indicada pela seta na casa dele (possivelmente saindo do tabuleiro). Depois de cada movimento, as setas em todas as casas rotacionam  $90^\circ$  no sentido anti-horário. Dizemos que uma casa é *boa* se, começando dessa casa, Turbo visita cada casa do tabuleiro exatamente uma vez, sem sair do tabuleiro, e retorna à casa inicial no final. Determine, em termos de  $n$ , o número máximo de casas boas sobre todas as configurações iniciais possíveis.

**Problema 6.** Em cada casa de um tabuleiro  $2025 \times 2025$ , está escrito um número real não negativo de tal forma que a soma dos números em cada linha é 1, e a soma dos números em cada coluna é 1. Defina  $r_i$  como o maior valor na linha  $i$ , e seja  $R = r_1 + r_2 + \cdots + r_{2025}$ . Similarmente, defina  $c_i$  o maior valor na coluna  $i$ , e seja  $C = c_1 + c_2 + \cdots + c_{2025}$ . Qual é o maior valor possível de  $\frac{R}{C}$ ?