EGMO 2025
European Girls'
Mathematical Olympiad
KOSOVA

Language: **Norwegian**

Day: 2

Mandag 14. April 2025

Oppgave 4. La ABC være en spissvinklet trekant med innsenter I og $|AB| \neq |AC|$. La linjene BI og CI skjære omsirkelen til ABC i henholdsvis $P \neq B$ og $Q \neq C$. Videre, la R og S være punkter slik at $AQRB$ og $ACSP$ er parallellogrammer (med $AQ \parallel RB$, $AB \parallel QR$, $AC \parallel SP$, og $AP \parallel CS$). La T være skjæringspunktet mellom linjen RB og linjen SC. Vis at punktene R, S, T og I ligger på en sirkel.

Oppgave 5. La $n > 1$ være et heltall. I en *konfigurasjon* av et $n \times n$ brett, inneholder hver av de n^2 rutene en pil, som peker enten opp, ned, til venstre eller til høyre. Gitt en startkonfigurasjon, starter sneglen Turbo på en av rutene på brettet, og beveger seg fra rute til rute. I hvert skritt beveger Turbo seg nøyaktig én rute i retning av pilen på ruten hun står på (muligens ut av brettet). Etter hvert skritt, roteres alle pilene på brettet $90°$ mot klokka. Vi kaller en rute for *god* hvis Turbo, ved å starte på denne ruten, besøker hver rute på brettet nøyaktig én gang, uten å forlate brettet, og returnerer til slutt til den samme ruten som hun startet på. Finn det maksimale antallet gode ruter, uttrykt med hensyn på n, man kan oppnå i en startkonfigurasjon.

Oppgave 6. I hver rute av et 2025×2025 brett står det skrevet et ikke-negativt reelt tall slik at summen av alle tallene i hver rad er lik 1, og summen av alle tallene i hver kolonne er lik 1. La r_i være det største tallet i rad i, og la $R = r_1 + r_2 + \cdots + r_{2025}$. Tilsvarende, la k_i være det største tallet i kolonne i, og la $K = k_1 + k_2 + \cdots + k_{2025}$.
Hva er største mulige verdi av $\frac{R}{K}$?

Tid til disposisjon: 4 timer og 30 minutter
Hver oppgave er verdt 7 poeng