EGMO 2025
European Girls' Mathematical Olympiad
KOSOVA

Language: **German**

Day: **2**

*Montag, 14. April 2025*

**Aufgabe 4.** Sei $ABC$ ein spitzwinkliges Dreieck mit $AB \neq AC$ und Inkreismittelpunkt $I$. Die Geraden $BI$ und $CI$ schneiden den Umkreis von $ABC$ in $P \neq B$ beziehungsweise $Q \neq C$. Seien die Punkte $R$ und $S$ so gewählt, dass $AQRB$ und $ACSP$ Parallelogramme sind (mit $AQ \parallel RB$, $AB \parallel QR$, $AC \parallel SP$ und $AP \parallel CS$). Sei $T$ der Schnittpunkt der Geraden $RB$ und $SC$. Zeige, dass die Punkte $R$, $S$, $T$ und $I$ auf einem Kreis liegen.

**Aufgabe 5.** Sei $n > 1$ eine ganze Zahl. In einer *Konfiguration* eines $n \times n$ Bretts enthält jedes der $n^2$ Felder einen Pfeil, der entweder nach oben, unten, links oder rechts zeigt. Für eine gegebene Start-Konfiguration startet die Schnecke Turbo in einem der Felder des Bretts und bewegt sich von Feld zu Feld. In jedem Schritt bewegt sich Turbo in die Richtung des Pfeils, auf dem sie steht, genau ein Feld weit (wobei sie möglicherweise das Brett verlässt). Nach jedem Schritt drehen sich die Pfeile in allen Feldern um $90^\circ$ gegen den Uhrzeigersinn. Wir nennen ein Feld *gut*, wenn Turbo auf diesem Feld beginnend jedes Feld genau einmal besucht und dann auf ihrem Startfeld endet, ohne dabei das Brett zu verlassen. Bestimme in Abhängigkeit von $n$ die maximale Anzahl guter Felder unter allen möglichen Start-Konfigurationen.

**Aufgabe 6.** In jedem Feld eines $2025 \times 2025$ Bretts steht eine nicht-negative reelle Zahl, sodass die Summe der Zahlen in jeder Reihe gleich 1 ist und die Summe der Zahlen in jeder Spalte gleich 1 ist. Sei $r_i$ die grösste Zahl in Reihe $i$, und sei $R = r_1 + r_2 + \cdots + r_{2025}$. Analog sei $c_i$ die grösste Zahl in Spalte $i$ und sei $C = c_1 + c_2 + \cdots + c_{2025}$.
Was ist der grösstmögliche Wert von $\frac{R}{C}$?



Zeit: 4 Stunden und 30 Minuten
Jede Aufgabe ist 7 Punkte wert