Maandag 14 april 2025

Opgave 4. Zij $\triangle ABC$ een scherphoekige driehoek zodat $|AB| \neq |AC|$ en zij I het middelpunt van de ingeschreven cirkel van $\triangle ABC$. De (rechte) lijnen BI en CI snijden de omgeschreven cirkel van $\triangle ABC$ in $P \neq B$ respectievelijk $Q \neq C$. Laat R en S twee punten zijn zodat $AQRB$ en $ACSP$ parallellogrammen zijn (met $AQ \parallel RB$, $AB \parallel QR$, $AC \parallel SP$ en $AP \parallel CS$). Laat T het snijpunt zijn van de (rechte) lijnen RB en SC.

Bewijs dat de punten R, S, T en I op één cirkel liggen.

Opgave 5. Laat $n > 1$ een geheel getal zijn. In een *configuratie* van een $n \times n$-bord, bevatten alle n^2 vakjes een pijl, die naar boven, naar onder, naar links óf naar rechts wijst. Gegeven een startconfiguratie, begint Turbo de slak in één van de vakjes en beweegt zij van vakje naar vakje. In elke stap, beweegt Turbo één vakje in de richting van de pijl van haar huidige vakje, waarbij zij eventueel het bord verlaat. Na elke stap roteren alle pijlen 90 graden tegen de klok in. We noemen een vakje *goed* als, beginnend in dat vakje, Turbo een route (zonder het bord te verlaten) loopt zodanig dat zij precies één keer in elk vakje komt en zij weer op haar beginvakje eindigt.

Bepaal, in termen van n, het maximaal aantal goede vakjes over alle mogelijke startconfiguraties.

Opgave 6. In elk vakje van een 2025×2025-bord is een niet-negatief reeël getal geschreven zodat voor elke rij de getallen van de vakjes in die rij sommeren tot 1 en zodat voor elke kolom de getallen van de vakjes in die kolom sommeren tot 1. Laat r_i het grootste getal zijn in rij i en definieer $R = r_1 + r_2 + \ldots + r_{2025}$. Op dezelfde manier, laat c_i het grootste getal zijn in kolom i en definieer $C = c_1 + c_2 + \ldots + c_{2025}$.

Wat is de maximale waarde van $\frac{R}{C}$ over alle mogelijke borden?

Tijdsduur: 4 uur en 30 minuten
Elke opgave is 7 punten waard.