Mandag d. 14. april 2025

Opgave 4. Lad ABC være en spidsvinklet trekant hvor $|AB| \neq |AC|$, og lad I være centrum for trekantens indskrevne cirkel. Lad linjerne BI og CI skære den omskrevne cirkel til trekant ABC i henholdsvis $P \neq B$ og $Q \neq C$. Lad yderligere R og S være punkter så $AQRB$ og $ACSP$ er parallelogrammer (hvor $AQ \parallel RB$, $AB \parallel QR$, $AC \parallel SP$ og $AP \parallel CS$). Lad T være skæringspunktet mellem linjen RB og linjen SC. Vis at punkterne R, S, T og I ligger på en cirkel.

Opgave 5. Lad $n > 1$ være et helt tal. I en *konfiguration* på et $n \times n$-bræt indeholder hvert af de n^2 felter en pil der enten peger opad, nedad, til venstre eller til højre. I en startkonfiguration starter sneglen Turbo på et af felterne på brættet og går fra felt til felt. I hvert skridt flytter Turbo ét felt i den retning pilen på det felt hun står på, peger (og forlader evt. brættet). Efter hvert skridt drejer alle pilene på brættet $90°$ mod uret. Vi kalder et felt for *godt* hvis Turbo, når hun starter på dette felt, besøger hvert felt præcis en gang uden at forlade brættet, og til slut vender tilbage til det felt hun startede på. Bestem det maksimale antal gode felter udtrykt ved n man kan opnå i en startkonfiguration.

Opgave 6. I hvert felt i et 2025×2025-kvadrat er der skrevet et ikke-negativt reelt tal så summen af tallene i hver række er lig 1, og summen af tallene i hver søjle er lig 1. Lad r_i være det største tal i række i, og lad $R = r_1 + r_2 + \cdots + r_{2025}$. Lad tilsvarende c_i være det største tal i søjle i, og lad $C = c_1 + c_2 + \cdots + c_{2025}$.
Hvad er den størst mulige værdi af $\frac{R}{C}$?