



2025 年 4 月 14 日星期一

問題 4. $\triangle ABC$ 是一個銳角三角形，滿足 $AB \neq AC$ 且內心為 I 。直線 BI 和 CI 分別交 ABC 的外接圓於 $P \neq B$ 和 $Q \neq C$ 。做 R, S 滿足 $AQRB$ 和 $ACSP$ 為平行四邊形 (其中 $AQ \parallel RB, AB \parallel QR, AC \parallel SP, AP \parallel CS$)。令 T 為直線 RB 和 SC 的交點，證明 R, S, T, I 共圓。

問題 5. 令 $n > 1$ 為一正整數。在一個 $n \times n$ 的方格表中， n^2 個方格每個都包含一個箭頭，指向上、下、左、右其中一個方向，稱這樣包含箭頭的方格表為一個配置。

給定一個方格表的初始配置，一隻蝸牛小蝸會從一個方格開始，在方格表上移動。在小蝸的每次移動中，他會從所在方格沿著箭頭方向前進一格 (有可能會離開方格表)。每次移動結束後，方格表上的所有箭頭都會逆時針旋轉 90° 。我們稱一個方格是包好的，如果小蝸從這個方格開始按上述方式移動，可以經過所有的方格恰好一次，不走出棋盤並回到出發的方格。

對於所有 n ，試求在所有可能的初始配置中，最多能有幾個包好的方格。

問題 6. 在 2025×2025 方格表的每個方格中都有一個非負實數。這些數字滿足每一橫列的總和都是 1，且每一直行的總和都是 1。定義 r_i 為第 i 橫列方格數字的最大值，並定義 $R = r_1 + r_2 + \cdots + r_{2025}$ 。類似地，定義 c_i 為第 i 直行方格數字的最大值，並定義 $C = c_1 + c_2 + \cdots + c_{2025}$ 。

請問 $\frac{R}{C}$ 的最大可能值是多少？