EGMO 2025
European Girls' Mathematical Olympiad
KOSOVA

Language: **Bulgarian**

Day: **2**

Понеделник, Април 14, 2025

Задача 4. Даден е остроъгълен триъгълник ABC ($AB \neq AC$) с център на вписаната окръжност I. Нека правите BI и CI пресичат описаната окръжност около ABC съответно в точки $P \neq B$ и $Q \neq C$. Нека точките R и S са такива, че $AQRB$ и $ACSP$ са успоредници ($AQ \parallel RB$, $AB \parallel QR$, $AC \parallel SP$, and $AP \parallel CS$). Нека T е пресечната точка на правите RB и SC. Докажете, че точките R, S, T и I лежат на една окръжност.

Задача 5. Дадено е естествено число n, $n > 1$. *Конфигурация* на дъска $n \times n$ ще наричаме запълване на всяка от n^2-те клетки на дъската със стрелка, сочеща нагоре, надолу, наляво или надясно. При дадена начална конфигурация охлювът Турбо стартира в една от клетките на дъската и започва да се мести от клетка в клетка. На всеки свой ход Турбо се мести в съседно квадратче спрямо посоката, индикирана от стрелката в текущата му клетка (възможно е напускане на дъската). След всеки ход стрелките във всички клетки се завъртат на 90° обратно на часовниковата стрелка. Ще наричаме клетка *добра*, ако стартирайки от нея, Турбо може да посети всяка клетка на таблицата точно по веднъж, без напускане на дъската, и да се върне в началната си позиция. Определете в зависимост от n максималния възможен брой добри клетки измежду всички възможни начални конфигурации.

Задача 6. Във всяка клетка на дъска 2025×2025 е записано неотрицателно реално число по такъв начин, че както сумата от числата във всеки ред е 1, така и сумата на числата във всяка колона е 1. Дефинираме $R = r_1 + r_2 + \cdots + r_{2025}$, където r_i е най-голямата стойност , която се среща в ред i. Аналогично, $C = c_1 + c_2 + \cdots + c_{2025}$, където c_i е най-голямата стойност, която се среща в колона i.
Коя е най-голямата възможна стойност на $\frac{R}{C}$?

Language: Български

Време за работа: 4 часа и 30 минути
Всяка задача се оценява със 7 точки