ponedjeljak, april 14., 2025.

Zadatak 4. Neka je ABC oštrougli trougao sa centrom upisane kružnice u tački I u kojem vrijedi $AB \neq AC$. Prave BI i CI sijeku opisanu kružnicu trougla ABC u tačkama $P \neq B$ i $Q \neq C$, redom. Tačke R i S su takve da su četverouglovi $AQRB$ i $ACSP$ paralelogrami (pri tome vrijedi $AQ \parallel RB$, $AB \parallel QR$, $AC \parallel SP$ i $AP \parallel CS$). Neka je T tačka presjeka pravih RB i SC. Dokazati da su tačke R, S, T i I konciklične.

Zadatak 5. Neka je $n > 1$ prirodan broj. U *konfiguraciji* ploče dimenzije $n \times n$, svako od n^2 polja sadrži strelicu, koja pokazuje gore, dolje, lijevo ili desno. Za datu početnu konfiguraciju, puž Turbo počinje u jednom polju ploče i pomjera se iz jednog polja u drugo. Pri tome, u svakom potezu, Turbo se pomjeri za jedno polje u smjeru u kojem pokazuje strelica na polju na kojem se trenutno nalazi (pri tome je moguće da izađe van ploče). Nakon svakog poteza, strelice u svim poljima se zarotiraju za 90° u smjeru obrnutom od smjera kretanja kazaljke na satu. Polje nazivamo *dobrim*, ako će Turbo, krećući iz tog polja, posjetiti svako drugo polje ploče tačno jednom, bez izlaska van ploče, i na kraju se vratiti na početno polje. Odrediti, u zavisnosti od n, maksimalni broj dobrih polja među svim mogućim početnim konfiguracijama.

Zadatak 6. U svakom polju ploče dimenzije 2025×2025 napisan je nenegativan realan broj tako da vrijedi da je zbir brojeva u svakom redu jednak 1, te da je zbir brojeva u svakoj koloni jednak 1. Neka je r_i najveći broj u i-tom redu, te neka je $R = r_1 + r_2 + \cdots + r_{2025}$. Slično, neka je c_i najveći broj u i-toj koloni, te neka je $C = c_1 + c_2 + \cdots + c_{2025}$.
Koja je najveća moguća vrijednost izraza $\frac{R}{C}$?

Vrijeme: 4 sata i 30 minuta
Svaki zadatak vrijedi 7 bodova